

Géométrie analytique en 2D

Géométrie analytique en 2D	1
1. Repères du plan, coordonnées	2
2. Repères du plan, coordonnées – Exercices.....	6
3. Déterminer la position relative de deux droites - Exercices.....	10
4. L'équation réduite d'une droite	12
5. Vecteurs directeurs: Lecture graphique	13
6. Les droites - Exercices.....	15
7. Les droites - Exercices pour préparer l'interrogation	17
8. Déterminer l'aire d'un triangle - Exercices	18
9. Systèmes d'inéquations du premier degré	19
10. Solutions détaillées	20

1. Repères du plan, coordonnées

Définitions

Soient un point O et deux vecteurs du plan non colinéaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

Alors :
 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan ;
 O est l'origine du repère ;
la droite $(O; \vec{i})$ est l'axe des abscisses ;
la droite $(O; \vec{j})$ est l'axe des ordonnées ;
 $(\vec{i}, \vec{j})$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan.

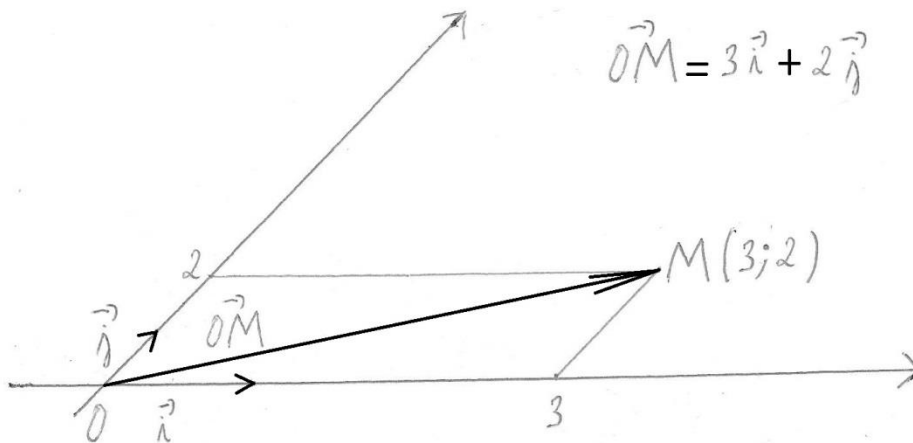
Définitions

Soit M un point du plan. Alors :

M a pour coordonnées $(x; y)$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ssi $\overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$.

On écrit $M(x; y)$.

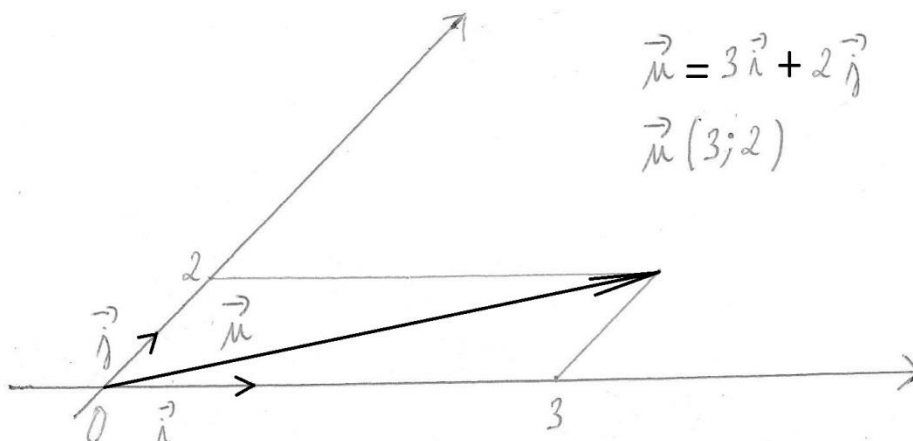
x est l'abscisse de M et y son ordonnée.



Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan. Alors :

$\vec{u}$ a pour coordonnées $(x; y)$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ ssi $\vec{u} = x \vec{i} + y \vec{j}$.

On écrit $\vec{u}(x; y)$.



Propriétés

Soit une base $(\vec{i}, \vec{j})$.

- $\vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- si $\begin{cases} \vec{u}(x; y) \\ \vec{v}(x'; y') \end{cases}$ alors $\vec{u} = \vec{v}$ ssi $\begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$
 $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$
 si $k \in \mathbb{R}$ alors $k \vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$
 $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi $xy' - yx' = 0$

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- si $\begin{cases} M(x; y) \\ M'(x'; y') \end{cases}$ alors $M = M'$ ssi $\begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$
- si $A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
 le point I est le milieu du segment $[AB] \Leftrightarrow I \begin{pmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{pmatrix}$

Démonstrations

$$\vec{0} = \vec{0} + \vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j}$$

$$\vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c.q.f.d.

$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} \text{ et } \vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$$

$$\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow x\vec{i} + y\vec{j} = x'\vec{i} + y'\vec{j} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

c.q.f.d.

$$\vec{u} + \vec{v} = (x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j}) = (x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}$$

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

c.q.f.d.

$$k\vec{u} = k(x\vec{i} + y\vec{j}) = kx\vec{i} + ky\vec{j}$$

$$k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

c.q.f.d.

Supposons que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$$\text{Si } \vec{u} = \vec{0} \quad \text{alors} \quad \vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$xy' - yx' = 0y' - 0x' = 0.$$

$$\text{Si } \vec{v} = \vec{0} \quad \text{alors} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$xy' - yx' = x0 - y0 = 0.$$

$$\text{Si } \begin{cases} \vec{u} \neq \vec{0} \\ \vec{v} \neq \vec{0} \end{cases} \quad \text{alors} \quad \vec{u} = k\vec{v} \text{ pour un certain } k \in \mathbb{R}^*$$

$$xy' - yx' = x(ky) - y(kx) = 0.$$

$$xy' - yx' = 0$$

Supposons que $xy' - yx' = 0$.

Si $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires car le vecteur nul est colinéaire à tous les vecteurs.

$$\text{Si } \begin{cases} \vec{u} \neq \vec{0} \\ \vec{v} \neq \vec{0} \end{cases} \quad \text{alors} \quad x \neq 0 \text{ ou } y \neq 0$$

$$\text{si } x \neq 0 \text{ alors} \quad y' = \frac{x'}{x} y$$

$$x' = \frac{x'}{x} x$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} \frac{x'}{x} y \\ \frac{x'}{x} x \end{pmatrix}$$

$$\frac{x'}{x} \vec{u} \begin{pmatrix} \frac{x'}{x} y \\ \frac{x'}{x} x \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \frac{x'}{x} \vec{u}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

si $y \neq 0$ alors on peut facilement montrer comme ci-dessus que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

c.q.f.d.

$$M = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$$

$$\overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM'} = x' \vec{i} + y' \vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

c.q.f.d.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B \vec{i} + y_B \vec{j}) - (x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

c.q.f.d.

I est le milieu de $[AB]$

$$\text{ssi } \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$$

$$\text{ssi } \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OI}$$

$$\text{ssi } -\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OI}$$

$$\text{ssi } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2 \overrightarrow{OI}$$

$$\text{ssi } \overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

$$\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}((x_A \vec{i} + y_A \vec{j}) + (x_B \vec{i} + y_B \vec{j})) = \frac{x_A + x_B}{2} \vec{i} + \frac{y_A + y_B}{2} \vec{j}$$

I est le milieu de $[AB]$

$$\text{ssi } \overrightarrow{OI} = \frac{x_A + x_B}{2} \vec{i} + \frac{y_A + y_B}{2} \vec{j}$$

$$\text{ssi } I \left(\begin{pmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{pmatrix} \right)$$

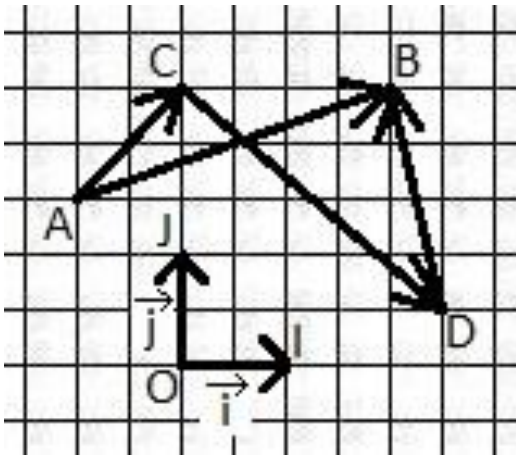
c.q.f.d.

2. Repères du plan, coordonnées – Exercices

Ces exercices sont les exercices 27 page 306, 28 page 307, 18, 19, 20, 22 (il a été légèrement modifié), 23, 24 page 306 du livre «MATH 2^{de} - PROGRAMME 1990 - NOUVEAU TRANSMATH - NATHAN».

Exercice 1 : Points et quadrillage

Soit un repère orthonormal du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



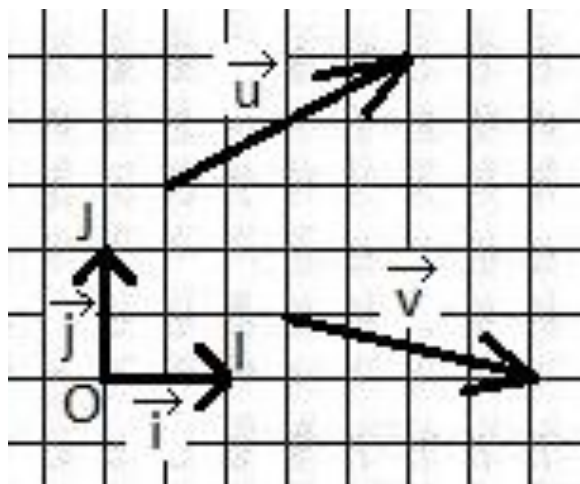
- a) Lisez sur la figure les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$.
- b)
 - 1. Reproduisez la figure puis placez le point P tel que $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.
 - 2. Déterminez graphiquement, puis par calcul, les coordonnées du point P .
- c) Faites de même pour le point Q tel que $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Résolution

Voir les solutions détaillées.

Exercice 2 : Vecteurs et quadrillage

Soit un repère orthonormal du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



- Lisez sur la figure les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- Après avoir reproduit la figure, représentez les vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$, $2\vec{u}$, $2\vec{v}$, $2\vec{u} + 2\vec{v}$.
- Déterminez graphiquement, puis par le calcul, les coordonnées de ces vecteurs.
- Vérifiez sur le dessin et par le calcul que : $2\vec{u} + 2\vec{v} = 2(\vec{u} + \vec{v})$.

Indication : Représenter les vecteurs demandés à partir de la même origine.

Solution

Voir les solutions détaillées.

Exercice 3

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Calculez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AM}$, puis les coordonnées de M .
 $A(4; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(-3; 5)$, et $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Résolution

Voir les solutions détaillées.

Exercice 4

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Calculez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AM}$, puis les coordonnées de M .

- $A(-5; -3)$, $B(2; -1)$, $C(1; -2)$, et $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
- $A(-3; 1)$, $B(5; -2)$, $C(4; -1)$, et $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.

Solution

- $\overrightarrow{AB}(7; 2)$, $\overrightarrow{AC}(6; 1)$, $\overrightarrow{AM}\left(\frac{29}{2}; \frac{11}{3}\right)$, $M\left(\frac{19}{2}; \frac{2}{3}\right)$
- $\overrightarrow{AB}(8; -3)$, $\overrightarrow{AC}(7; -2)$, $\overrightarrow{AM}(2; -1)$, $M(-1; 0)$

Exercice 5

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les vecteurs $\vec{u}(3; 2)$ et $\vec{v}(-2; -5)$. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ et $\vec{t}$.
 $\vec{x} = 3\vec{u}$, $\vec{y} = \vec{u} - \vec{v}$, $\vec{z} = \vec{u} + \vec{v}$, $\vec{t} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

Résolution

Voir les solutions détaillées.

Exercice 6

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les vecteurs $\vec{u}(3; 2)$ et $\vec{v}(-2; -5)$. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ et $\vec{t}$.

- a) $\vec{x} = -5\vec{u}$, $\vec{y} = -3\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{z} = \vec{u} - 2\vec{v}$, $\vec{t} = \vec{z}$.
b) $\vec{x} = \frac{3}{2}\vec{u}$, $\vec{y} = \frac{5}{2}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$, $\vec{z} = \vec{0}$, $\vec{t} = \vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$.

Solution

- a) $\vec{x}(-15; -10)$, $\vec{y}(-7; -1)$, $\vec{z}(7; 12)$, $\vec{t}(7; 12)$
b) $\vec{x}\left(\frac{9}{2}; 3\right)$, $\vec{y}\left(\frac{41}{6}; \frac{10}{3}\right)$, $\vec{z}(0; 0)$, $\vec{t}\left(\frac{-7}{3}; \frac{-1}{3}\right)$

Exercice 7

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points $A(2; 3)$, $B(-1; 4)$,

I le milieu du segment $[AB]$.

Calculer les coordonnées de I .

Tracer les points A , B et I dans le plan.

Résolution

Voir les solutions détaillées.

Exercice 8

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points $B(-1; 4)$, $C(-3; -2)$,

J le milieu de $[BC]$.

Calculer les coordonnées de J .

Tracer les points B , C et J dans le plan.

Solution

$J(-2; 1)$

3. Déterminer la position relative de deux droites - Exercices

Exercice 9

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit les points $A(2; 3)$, $B(0; 1)$, $C(-3; \frac{11}{2})$, $D(\frac{7}{2}; -1)$, $E(1, -1)$, $F(4; 2)$, $G(-4; 0)$, $H(6; 0)$, $I(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$, $J(-2; -1)$.

Déterminer, par calcul, la position relative des droites :

- a) (AB) et (CD) ;
- b) (AB) et (EF) ;
- c) (AB) et (GH) ;
- d) (AB) et (IJ) .

Placer dans le plan les points donnés et tracer les droites mentionnées.

Exercice 10 (facultatif)

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit les points $A(\frac{-3}{2}; -1)$, $B(\frac{7}{2}; 1)$, $C(-4; -2)$, $D(6; 2)$, $E(5, -1)$, $F(0; 0)$, $G(7,5; -1,5)$, $H(4,5; 6)$, $I(5; 4)$, $J(0; 2)$.

Déterminer, par calcul, la position relative des droites :

- a) (AB) et (CD) ;
- b) (AB) et (EF) ;
- c) (AB) et (GH) ;
- d) (AB) et (IJ) .

Placer dans le plan les points donnés et tracer les droites mentionnées.

Exercice 11 (facultatif)

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit les points $A(-2; 1)$, $B(0; 6)$, $C(2; 3)$, $D(3; -1)$, $E(5,3)$, $F(3; -2)$, $G(3; -1)$, $H(0,5; 0)$, $I(-1; \frac{7}{2})$, $J(-3; \frac{-3}{2})$.

Déterminer, par calcul, la position relative des droites :

- a) (AB) et (CD) ;
- b) (AB) et (EF) ;
- c) (AB) et (GH) ;
- d) (AB) et (IJ) .

Placer dans le plan les points donnés et tracer les droites mentionnées.

Solution de l'exercice 9

- a) (AB) et (CD) sont sécantes
- b) (AB) et (EF) sont strictement parallèles
- c) (AB) et (GH) sont sécantes
- d) (AB) et (IJ) sont confondues

Solution de l'exercice 10

- a) (AB) et (CD) sont confondues
- b) (AB) et (EF) sont sécantes
- c) (AB) et (GH) sont sécantes
- d) (AB) et (IJ) sont strictement parallèles

Solution de l'exercice 11

- a) (AB) et (CD) sont sécantes
- b) (AB) et (EF) sont strictement parallèles
- c) (AB) et (GH) sont sécantes
- d) (AB) et (IJ) sont confondues

4. L'équation réduite d'une droite

Propriété

Le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB)
ssi

il n'est pas égal au vecteur nul et il est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Propriété

Soit un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. Alors :

La droite (d) passant par le point $A \begin{pmatrix} 0 \\ p \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ a pour équation $y = m x + p$.

Remarque : $y = m x + p$ est l'équation réduite de la droite (d) .

m est le coefficient directeur de la droite (d) .

(d) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

Preuve :

Soient un point M et des réels x et y tels que $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

$M \in (d)$ ssi $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x \\ y - p \end{pmatrix}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$

$M \in (d)$ ssi $x m - (y - p) 1 = 0$

ssi $m x - y + p = 0$

ssi $y = m x + p$

$(d): y = m x + p$

c.q.f.d

Propriété

Soit un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. Alors :

La droite (d) passant par le point $A \begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ a pour équation $x = k$.

Remarque : $x = k$ est l'équation réduite de la droite (d) .

La droite (d) n'a pas de coefficient directeur.

(d) est parallèle à l'axe des ordonnées.

Preuve :

Soient un point M et des réels x et y tels que $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

$M \in (d)$ ssi $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x - k \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$M \in (d)$ ssi $(x - k) 1 - y 0 = 0$

ssi $x = k$

$(d): x = k$

c.q.f.d.

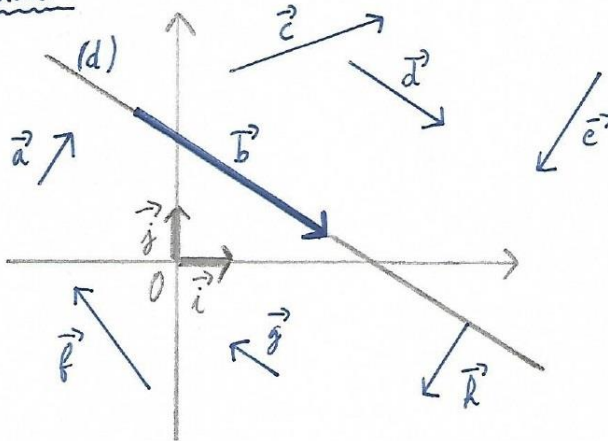
5. Vecteurs directeurs: Lecture graphique

Exercice 12

Vecteurs directeurs

: Lecture graphique

Exercice 1



Théorie: Soient $\vec{v}$ un vecteur et (d) une droite.

$\vec{v}$ est un vecteur directeur de (d)

si

$\vec{v} \neq \vec{0}$ et la direction de $\vec{v}$ est parallèle à (d) .

Remarque: (d) admet donc une infinité de vecteurs directeurs.

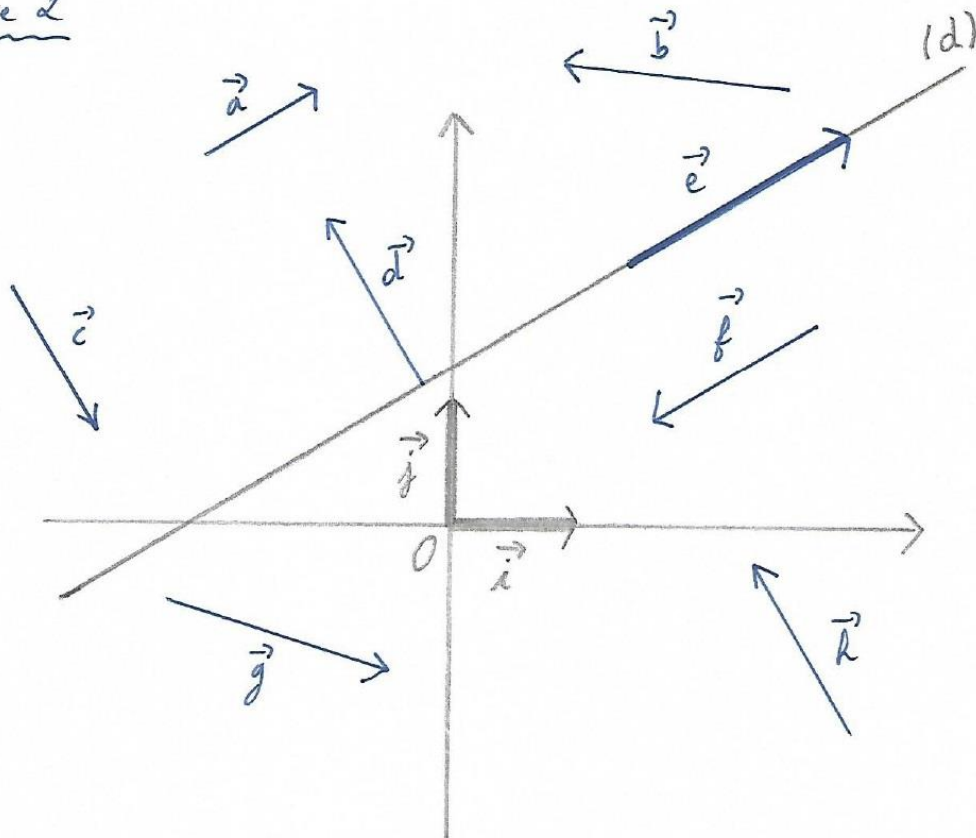
Parmi les vecteurs représentés:

- Lesquels sont des vecteurs directeurs de (d) ?
- Lesquels ne sont pas des vecteurs directeurs de (d) ?

Solution:

a) $\vec{b}, \vec{d}, \vec{g}$ b) $\vec{a}, \vec{c}, \vec{h}, \vec{e}, \vec{f}, \vec{i}, \vec{j}$

Exercice 2



Parmi les vecteurs représentés :

- Lesquels sont des vecteurs directeurs de (d) ?
- Lesquels ne sont pas des vecteurs directeurs de (d) ?

6. Les droites - Exercices

Exercice 13

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient (d) une droite, A et B des points,

$\vec{u}$ le vecteur directeur de (d) tel que la première coordonnée de $\vec{u}$ est égale à 1 ou $\vec{u}(0; 1)$.

Questions :

a) $A \in (d)$? Justifier par un calcul.

b) $B \in (d)$? Justifier par un calcul.

c) Calculer les coordonnées de $\vec{u}$.

Écrire une phrase qui permet de comprendre ce vecteur directeur $\vec{u}$.

d) Représenter (d) , $\vec{u}$, A , B .

1) $(d): y = 3x - 1$; $A(2; 5)$; $B(-1; 2)$.

2) $(d): y = -1$; $A(2; 3)$; $B(0; -1)$.

3) $(d): x = 2$; $A(0; 3)$; $B(2; 1)$.

4) $(d): y = -4x + 2$; $A(2; 1)$; $B(1; -2)$.

5) $(d): y = 2x - 2$; $A(3; 2)$; $B(-1; -4)$.

6) $(d): y = 2$; $A(-1; 2)$; $B(1; 3)$.

7) $(d): x = 1$; $A(0; 1)$; $B(1; 0)$.

8) $(d): y = -x + 3$; $A(-2; 5)$; $B(1; 5)$.

Exercice 14

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient (d) une droite, A et B des points appartenant à cette droite,

$\vec{u}$ un vecteur directeur de (d) .

Questions :

a) calculer l'équation réduite de (d) ;

b) tracer (d) .

1) $\vec{u}(3; 1)$; $A(1; 0)$.

2) $A(-1; 0)$; $B(2; 3)$.

3) $\vec{u}(1; 0)$; $A(-2; -1)$.

4) $\vec{u}(0; 3)$; $A(2; -1)$

5) $\vec{u}(-2; 2)$; $A(2; 1)$.

6) $A(1; -3)$; $B(-2; 3)$.

7) $\vec{u}(-2; 0)$; $A(3; 1)$.

8) $\vec{u}(0; -2)$; $A(-3; 3)$

Exercice 15

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient (d) et (Δ) deux droites.

Questions :

- déterminer l'intersection des droites (d) et (Δ) ;
- déduire la position relative de (d) par rapport à (Δ) ;
- tracer (d) et (Δ) .

1) $(d): -3x + y + 1 = 0$; $(\Delta): 2x + y - 2 = 0$.

2) $(d): -3x + y + 1 = 0$; $(\Delta): 3x - y - 1 = 0$.

3) $(d): -3x + y + 1 = 0$; $(\Delta): 3x - y - 2 = 0$.

4) $(d): 2x + y + 1 = 0$; $(\Delta): -2x + y - 2 = 0$.

5) $(d): -x - y + 2 = 0$; $(\Delta): y = -x + 3$.

6) $(d): -x - y + 2 = 0$; $(\Delta): y = -x + 2$.

Solutions

Exercice 13 :

- a) $A \in (d)$ b) $B \notin (d)$ c) $\vec{u}(1; 3)$; « Quand on avance de 1, on monte de 3. »
- a) $A \notin (d)$ b) $B \in (d)$ c) $\vec{u}(1; 0)$; « Quand on avance de 1, on monte de 0. »
- a) $A \notin (d)$ b) $B \in (d)$ c) $\vec{u}(0; 1)$; « Quand on avance de 0, on monte de 1. »
- a) $A \notin (d)$ b) $B \in (d)$ c) $\vec{u}(1; -4)$; « Quand on avance de 1, on monte de -4. »
- a) $A \notin (d)$ b) $B \in (d)$ c) $\vec{u}(1; 2)$; « Quand on avance de 1, on monte de 2. »
- a) $A \in (d)$ b) $B \notin (d)$ c) $\vec{u}(1; 0)$; « Quand on avance de 1, on monte de 0. »
- a) $A \notin (d)$ b) $B \in (d)$ c) $\vec{u}(0; 1)$; « Quand on avance de 0, on monte de 1. »
- a) $A \in (d)$ b) $B \notin (d)$ c) $\vec{u}(1; -1)$; « Quand on avance de 0, on monte de -1. »

Exercice 14

- 1) $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ 2) $y = x + 1$ 3) $y = -1$ 4) $x = 2$
- 5) $y = -x + 3$ 6) $y = -2x - 1$ 7) $y = 1$ 8) $x = -3$

Exercice 15 :

- 1) a) Les droites ont exactement un point d'intersection $A\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$. b) Les droites sont sécantes.
- 2) a) $(d) \cap (\Delta) = (d)$. b) Les droites sont confondues.
- 3) a) Il n'y a pas de point d'intersection b) Les droites sont strictement parallèles.
- 4) a) Les droites ont exactement un point d'intersection $A\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right)$. b) Les droites sont sécantes.
- 5) a) Il n'y a pas de point d'intersection b) Les droites sont strictement parallèles.
- 6) a) $(d) \cap (\Delta) = (d)$. b) Les droites sont confondues.

7. Les droites - Exercices pour préparer l'interrogation

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 16 (facultatif)

Soient (d) une droite, A et B des points.

- $A \in (d)$? Justifier par un calcul.
- $B \in (d)$? Justifier par un calcul.
- Calculer des coordonnées d'un vecteur directeur de (d) . Notez ce vecteur $\vec{u}$.
- Représenter (d) , A , B , $\vec{u}$.

- $(d): y = 4x + 1$; $A(-1; -3)$; $B(1; 2)$.
- $(d): y = -2x - 1$; $A(2; -3)$; $B(-1; 1)$.
- $(d): y = 2$; $A(2; 3)$; $B(3; 2)$.
- $(d): x = -1$; $A(-1; 3)$; $B(3; -1)$.

Exercice 17 (facultatif)

Soient (d) une droite, A et B des points, $\vec{u}$ un vecteur directeur de (d) .

- Calculer l'équation réduite de (d) .
- Tracer (d) .

- $\vec{u}(3; 1)$; $A(-1; 0)$.
- $A(2; 4)$; $B(-1; -2)$.
- $\vec{u}(1; 0)$; $A(0; 2)$.
- $\vec{u}(0; 1)$; $A(-2; 2)$.

Exercice 18 (facultatif)

Soient (d) et (Δ) deux droites.

- Déterminer l'intersection des droites (d) et (Δ) .
- Déduire la position relative de (d) par rapport à (Δ) .
- Tracer (d) et (Δ) .

- $(d): 2x - y + 2 = 0$; $(\Delta): 3x + 2y - 1 = 0$.
- $(d): y = -2x + 1$; $(\Delta): y = -2x + 2$.
- $(d): 2x + 2y - 1 = 0$; $(\Delta): y = -x + \frac{1}{2}$.

Solutions

Exercice 16 :

- a) $A \in (d)$ b) $B \notin (d)$ c) $\vec{u}(1; 4)$ (il y a une infinité d'autres bonnes réponses)
- a) $A \notin (d)$ b) $B \in (d)$ c) $\vec{u}(1; -2)$ (il y a une infinité d'autres bonnes réponses)
- a) $A \notin (d)$ b) $B \in (d)$ c) $\vec{u}(1; 0)$ (il y a une infinité d'autres bonnes réponses)
- a) $A \in (d)$ b) $B \notin (d)$ c) $\vec{u}(0; 1)$ (il y a une infinité d'autres bonnes réponses)

Exercice 17 :

- $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ 2) $y = 2x$ 3) $y = 2$ 4) $x = -2$.

Exercice 18 :

- $A\left(-\frac{3}{7}; \frac{8}{7}\right)$, les droites sont sécantes ; 2) il n'y a pas de point d'intersection, les droites sont strictement parallèles ; 3) (d) , les droites sont confondues.

8. Déterminer l'aire d'un triangle - Exercices

Exercice 19

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm on considère les points $A(4; 2)$, $B(1; -4)$ et $C(-4; 1)$.

- Faire une figure à compléter au fur et à mesure de l'exercice.
- Calculer l'aire du triangle ABC .
Aide : calculer l'équation réduite de la hauteur (h) du triangle ABC issue du point C , et l'équation réduite de la droite (AB) , calculer ensuite le point d'intersection D de ces deux droites, calculer ensuite les longueurs des segments $[CD]$ et $[AB]$, calculer finalement l'aire du triangle ABC .
- Déterminer par calcul les coordonnées du point I , pour que $AIBC$ soit un parallélogramme.
- Calculer l'aire du parallélogramme $AIBC$.

Exercice 20 (facultatif)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm on considère les points $A(1; -5)$, $B(4; 7)$ et $C(-1; -2)$.

- Faire une figure à compléter au fur et à mesure de l'exercice.
- Calculer l'aire du triangle ABC .
- Déterminer par calcul les coordonnées du point I , pour que $AIBC$ soit un parallélogramme.
- Calculer l'aire du parallélogramme $AIBC$.

Solutions

19) b) $(h): y = -\frac{1}{2}x - 1$; $(AB): y = 2x - 6$; $D(2; -2)$; $CD = 3\sqrt{5}$; $AB = 3\sqrt{5}$; $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{45}{2}$; c)

$I(9; -3)$; d) $\mathcal{A}_{AIBC} = 45$.

19) b) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{\left| \begin{vmatrix} -3 & -8 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} \right|}{2} = \frac{|(-3)(-1) - (-6)(-8)|}{2} = \frac{|3 - 48|}{2} = \frac{45}{2}$

20) b) $(h): y = \frac{-1}{4}x - \frac{9}{4}$; $(AB): y = 4x - 9$; $D\left(\frac{27}{17}; \frac{-45}{17}\right)$; $CD = \frac{11\sqrt{17}}{17}$; $AB = 3\sqrt{17}$; $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{33}{2}$;

c) $I(6; 4)$; d) $\mathcal{A}_{AIBC} = 33$.

9. Systèmes d'inéquations du premier degré

Exercice 21 – Intérieur d'un triangle – À la Maturita orale

- 1) Placer les points $A(2; -1)$, $B(1; 3)$ et $C(-3; 1)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal.
Hachurer l'intérieur du triangle ABC .
- 2) Déterminer les équations réduites des droites (AB) , (BC) et (AC) .
- 3) En déduire un système d'inéquations caractérisant l'intérieur du triangle ABC (au sens strict).

Solution de l'exercice 21

2)

$$(AB): y = -4x + 7$$

$$(BC): y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$(AC): y = \frac{-2}{5}x - \frac{1}{5}$$

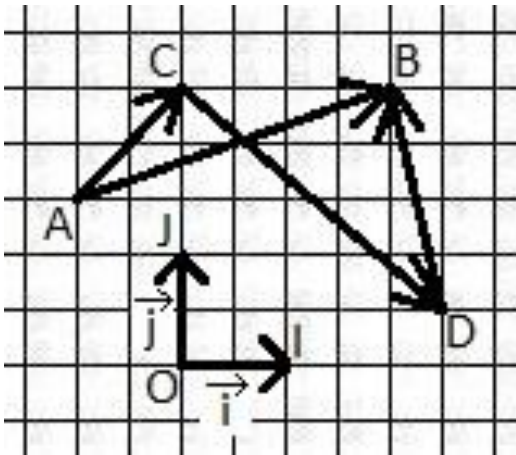
3)

$$\begin{cases} y < -4x + 7 \\ y < \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \\ y > \frac{-2}{5}x - \frac{1}{5} \end{cases}$$

10. Solutions détaillées

Exercice 1 : Points et quadrillage

Soit un repère orthonormal du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



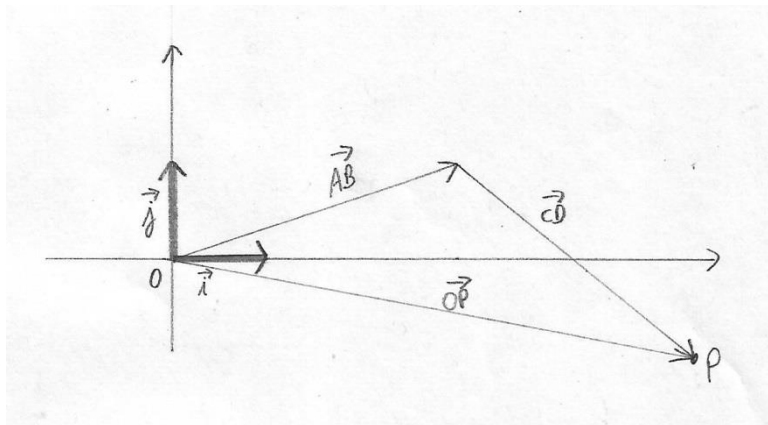
- Lisez sur la figure les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$.
- Reproduisez la figure puis placez le point P tel que $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.
 - Déterminez graphiquement, puis par calcul, les coordonnées du point P .
- Faites de même pour le point Q tel que $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Résolution

a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 2,5 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} -0,5 \\ 2 \end{pmatrix}$

b)

1.



2. Graphiquement : $P \begin{pmatrix} 5,5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Par calcul :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

$$\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{OP}} \\ y_{\overrightarrow{OP}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AB}} \\ y_{\overrightarrow{AB}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{CD}} \\ y_{\overrightarrow{CD}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_p - x_o \\ y_p - y_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AB}} \\ y_{\overrightarrow{AB}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{CD}} \\ y_{\overrightarrow{CD}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_p - 0 \\ y_p - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2,5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

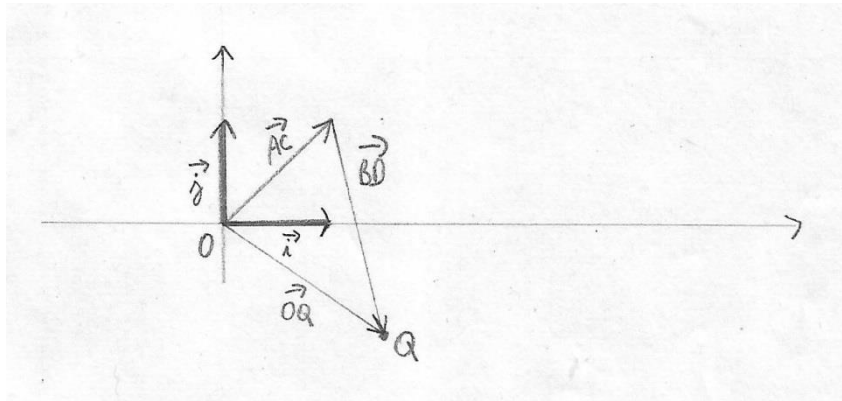
$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + 2,5 \\ 1 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5,5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$P \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

c)

1.



2. Graphiquement : $Q \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Par calcul :

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

$$\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{OQ}} \\ y_{\overrightarrow{OQ}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AC}} \\ y_{\overrightarrow{AC}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{BD}} \\ y_{\overrightarrow{BD}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_Q - x_o \\ y_Q - y_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AC}} \\ y_{\overrightarrow{AC}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_Q - 0 \\ y_Q - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2,5 - 2 \\ 0,5 - 2,5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_Q \\ y_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

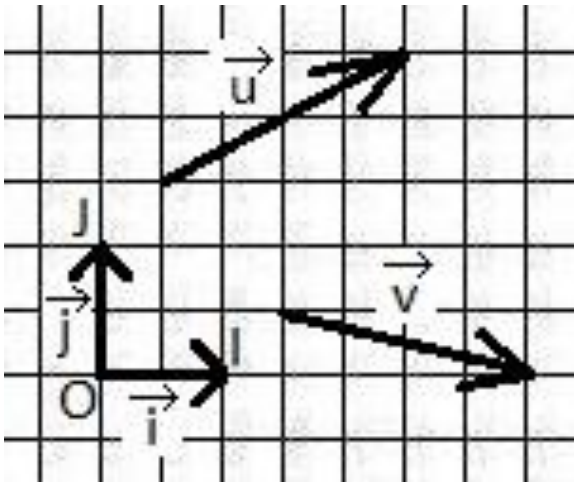
$$\begin{pmatrix} x_Q \\ y_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 0,5 \\ 1 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_Q \\ y_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$Q \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 : Vecteurs et quadrillage

Soit un repère orthonormal du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



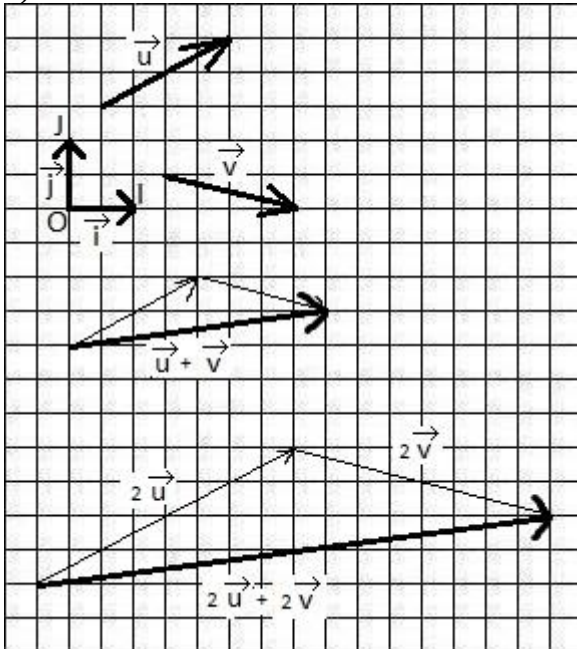
- Lisez sur la figure les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- Après avoir reproduit la figure, représentez les vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$, $2\vec{u}$, $2\vec{v}$, $2\vec{u} + 2\vec{v}$.
- Déterminez graphiquement, puis par le calcul, les coordonnées de ces vecteurs.
- Vérifiez sur le dessin et par le calcul que : $2\vec{u} + 2\vec{v} = 2(\vec{u} + \vec{v})$.

Indication : Représenter les vecteurs demandés à partir de la même origine.

Solution

a) $\vec{u}(2; 1)$, $\vec{v}(2; -0,5)$

b)



c)

Graphiquement: $\vec{u} + \vec{v} \left(4; \frac{1}{2} \right)$, $2\vec{u}(4; 2)$, $2\vec{v}(4; -1)$, $2\vec{u} + 2\vec{v}(8; 1)$

Par calcul :

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} 2 + (2) \\ 1 + (-0,5) \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

$$2\vec{u} \begin{pmatrix} 2(2) \\ 2(1) \end{pmatrix}$$

$$2\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

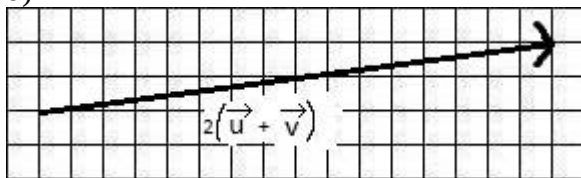
$$2\vec{v} \begin{pmatrix} 2(2) \\ 2(-0,5) \end{pmatrix}$$

$$2\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$2\vec{u} + 2\vec{v} \begin{pmatrix} 4 + (4) \\ 2 + (-1) \end{pmatrix}$$

$$2\vec{u} + 2\vec{v} \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

d)



Par calcul:

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

$$2(\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 2(4) \\ 2(0,5) \end{pmatrix}$$

$$2(\vec{u} + \vec{v}) \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On sait que $2\vec{u} + 2\vec{v} \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Conclusion : $2\vec{u} + 2\vec{v} = 2(\vec{u} + \vec{v})$.

Exercice 3

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Calculez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AM}$, puis les coordonnées de M .
 $A(4; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(-3; 5)$, et $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Résolution

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 4 \\ 1 - 2 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 - 4 \\ 5 - 2 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$$
$$\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AM}} \\ y_{\overrightarrow{AM}} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AB}} \\ y_{\overrightarrow{AB}} \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AC}} \\ y_{\overrightarrow{AC}} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times -6 \\ 2 \times -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \times -7 \\ 3 \times 3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AM}} \\ y_{\overrightarrow{AM}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -21 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 - (-21) \\ -2 - 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 + 21 \\ -2 - 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M - 4 \\ y_M - 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x_M - 4 \\ y_M - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}$$
$$\begin{cases} x_M - 4 = 9 \\ y_M - 2 = -11 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_M = 9 + 4 \\ y_M = -11 + 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_M = 13 \\ y_M = -9 \end{cases}$$
$$M \begin{pmatrix} 13 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Exercice 5

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les vecteurs $\vec{u}(3; 2)$ et $\vec{v}(-2; -5)$. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ et $\vec{t}$.
 $\vec{x} = 3\vec{u}$, $\vec{y} = \vec{u} - \vec{v}$, $\vec{z} = \vec{u} + \vec{v}$, $\vec{t} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

Résolution

$$\vec{x} = 3\vec{u}$$

$$\vec{x} \begin{pmatrix} 3 \times x_{\vec{u}} \\ 3 \times y_{\vec{u}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \times 3 \\ 3 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{y} = \vec{u} - \vec{v}$$

$$\vec{y} \begin{pmatrix} x_{\vec{u}} - x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} - y_{\vec{v}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - (-2) \\ 2 - (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{y} \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{z} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$\vec{z} \begin{pmatrix} x_{\vec{u}} + x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} + y_{\vec{v}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + (-2) \\ 2 + (-5) \end{pmatrix}$$

$$\vec{z} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{t} = \vec{x} + 2\vec{y}$$

$$\vec{t} \begin{pmatrix} x_{\vec{x}} + 2x_{\vec{y}} \\ y_{\vec{x}} + 2y_{\vec{y}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 + 2 \times 5 \\ 6 + 2 \times 7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{t} \begin{pmatrix} 19 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Exercice 7

Soit un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points $A(2; 3)$, $B(-1; 4)$,

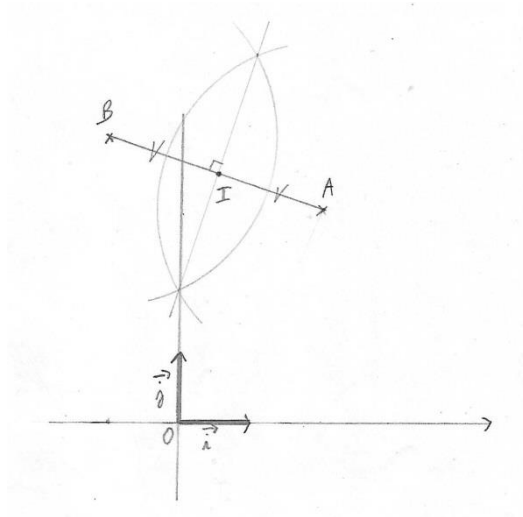
I le milieu du segment $[AB]$.

Calculer les coordonnées de I .

Tracer les points A , B et I dans le plan.

Résolution

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{2 + (-1)}{2}, \frac{3 + 4}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$$



Autre résolution (en recalculant la formule)

$$\vec{AI} = \vec{IB}$$

$$\begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_I \\ y_B - y_I \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_I - x_A = x_B - x_I \\ y_I - y_A = y_B - y_I \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_I = x_A + x_B \\ 2y_I = y_A + y_B \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_I = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$